

**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»**

УТВЕРЖДЕНО

**Директор физтех-школы
прикладной математики и
информатики**

А.М. Райгородский

	Рабочая программа дисциплины (модуля)
по дисциплине:	Численные методы выпуклой оптимизации
по направлению:	Прикладная математика и информатика
профиль подготовки:	Комбинаторика и цифровая экономика
	центр дополнительного, дополнительного профессионального и онлайн-образования "Пуск"
	кафедра дискретной математики
курс:	2
квалификация:	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 3 (осенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 30 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 45 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 135, всего зач. ед.: 3

Программу составил: А.В. Гасников, д-р физ.-мат. наук, доцент, профессор

Программа обсуждена на заседании кафедры дискретной математики 06.03.2023

Аннотация

Теория и методы линейного программирования. Прямой и двойственный симплекс-методы. Задачи квадратичного программирования. Метод сопряженных направлений. Двойственная задача. Задачи выпуклого программирования. Методы отсечений. Методы возможных направлений. Методы штрафных функций. Модифицированные функции Лагранжа.

1. Цели и задачи

Цель дисциплины

Целью преподавания дисциплины является формирование у студентов глубоких теоретических знаний и практических навыков в исследовании и численном решении экстремальных задач с ограничениями, возникающих в научных исследованиях.

Задачи дисциплины

- изучение основных понятий и методов решения задач выпуклого программирования;
- приложение численных методов выпуклой оптимизации для решения экстремальных задач.

2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	УК-1.2 Осуществляет поиск вариантов решения поставленной проблемной ситуации на основе доступных источников информации
	УК-1.1 Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними
	УК-1.3 Разрабатывает стратегию достижения поставленной цели как последовательность шагов, предвидя результат каждого из них и оценивая их влияние на внешнее окружение планируемой деятельности и на взаимоотношения участников этой деятельности
УК-4 Способен применять современные коммуникативные технологии, в том числе на иностранном(ых) языке(ах), для академического и профессионального взаимодействия	УК-4.1 Способен вести обмен деловой информацией в устной и письменной формах на государственном языке Российской Федерации и не менее чем на одном иностранном языке
	УК-4.3 Способен представлять результаты академической и профессиональной деятельности на различных научных мероприятиях, включая международные
	УК-4.4 Способен использовать современные средства информационно-коммуникационных технологий для академического и профессионального взаимодействия
ОПК-2 Способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач	ОПК-2.1 Имеет представление о современном состоянии математических исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны знать:

- математические методы для разработки, анализа и численной реализации моделей компьютерных и информационных процессов для решаемых научных проблем и задач;
- фундаментальные основы вычислительной математики и вычислительных алгоритмов; современные подходы и важнейшие методы компьютерного моделирования;
- основные понятия и методы условной минимизации функций многих переменных; определения и понятия линейной и нелинейной оптимизационной задачи; определения и понятия задачи выпуклой оптимизации;
- основные понятия и методы линейного программирования; определения и понятия квадратичного программирования; определения и понятия задачи выпуклого программирования.

уметь:

- применять базовые знания в области математического моделирования для решения задач; научно-исследовательской и профессиональной деятельности (ПК-1);
- разрабатывать и применять численные методы для решения задач научно-исследовательской и профессиональной деятельности (ПК-3);
- применять базовые знания по теории и методам решения экстремальных задач с ограничениями в своей профессиональной области;
- применять современные ИТ и электронные библиотеки для решения оптимизационных задач, возникающих при механических и экономических процессах;
- применять численные методы и алгоритмы для поиска решения оптимизационных задач;
- применять базовые знания по теории и методам решения задач линейного программирования;
- применять алгоритмы и методы решения задач выпуклого и квадратичного программирования.

владеть:

- математическими методами для решения задач моделирования компьютерных и информационных процессов;
- методами алгоритмического моделирования объектов исследования вычислительной математики; вычислительной математики и параллельных вычислений;
- аппаратом конечномерного математического анализа, линейной алгебры и многомерной геометрии; пакетами прикладных программ для решения линейных и нелинейных оптимизационных задач; методами и алгоритмами поиска решения оптимизационных задач, возникающих при моделировании физико-математических и экономических процессов;
- пакетами прикладных программ для решения задач линейного программирования; библиотеками программ для решения задач квадратичного программирования; алгоритмами и методами сведения решения задачи выпуклого программирования к решению последовательности задач линейного или квадратичного программирования.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Ускоренные методы	4	4		5
2	Метод Ньютона и квазиньютоновские методы	4	4		5
3	Подходы к решению негладких задач выпуклой оптимизации	2	2		5
4	Задачи оптимизации на простых множествах	4	4		5
5	Задача линейного программирования	2	2		5

6	Барьерный метод. Метод штрафных функций	2	2		5
7	Метод штрафных функций и метод модифицированной функции Лагранжа	4	4		5
8	Транспортное моделирование	4	4		5
9	Транспортное моделирование. Часть 2	4	4		5
Итого часов		30	30		45
Подготовка к экзамену		30 час.			
Общая трудоёмкость		135 час., 3 зач.ед.			

4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 3 (Осенний)

1. Ускоренные методы

Быстрый градиентный метод, метод сопряжённых градиентов.

2. Метод Ньютона и квазиньютоновские методы

Сравнение и анализ сходимости.

3. Подходы к решению негладких задач выпуклой оптимизации

Субградиентный метод, сглаживание.

4. Задачи оптимизации на простых множествах

Метод проекции градиента и метод условного градиента.

5. Задача линейного программирования

Свойства, примеры приложений и методы решения.

6. Барьерный метод. Метод штрафных функций

Метод штрафных функций и метод модифицированной функции Лагранжа. Свойства сходимости, зависимость от параметров и примеры.

7. Метод штрафных функций и метод модифицированной функции Лагранжа

Метод штрафных функций и метод модифицированной функции Лагранжа.

8. Транспортное моделирование

Парадокс Браесса. Равновесие Нэша-Вардропа. Модель Бэкмана. Задача оптимизации. Метод Франк-Вульфа для поиска равновесия. Физическая интерпретация метода.

9. Транспортное моделирование. Часть 2

Модель Стабильной динамики. Равновесие в модели, отличия от модели Бэкмана. Задача оптимизации: переход к двойственной, восстановление решения прямой задачи. Применение субградиентного метода.

5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Учебная аудитория, оснащенная компьютером и мультимедийным оборудованием (проектор, звуковая система).

6.Перечень рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Численные методы оптимизации [Текст] : [учеб.пособие для вузов] / А.Ф.Измайлов, М.В.Солодов .— М. : Физматлит, 2003, 2005 .— 304 с.
- 2.Методы оптимизации [Текст]. Ч. 2. Численные алгоритмы : учеб. пособие для вузов / В. Г. Жадан ; М-во образования и науки РФ, Моск. физ.-техн. ин-т (гос. ун-т) .— М. : МФТИ, 2015 .— 320 с. + pdf-версия. - Библиогр.: с. 314-319. - 300 экз. - ISBN 978-5-7417-0571-1. — Полный текст (Доступ из сети МФТИ).
- 3.Методы оптимизации [Текст]. Ч. 1. Введение в выпуклый анализ и теорию оптимизации : учеб. пособие для вузов / В. Г. Жадан ; М-во образования и науки РФ, Моск. физ.-техн. ин-т (гос. ун-т) .— М. : МФТИ, 2014 .— 271 с. + pdf-версия. - Библиогр.: с. 267-270. - 300 экз. - ISBN 978-5-7417-0514-8. — Полный текст (Доступ из сети МФТИ).

Дополнительная литература

1. Численные методы [Текст] : в 2 кн. : учебник для вузов / Н. Н. Калиткин, Е. А. Альшина .— М. : Академия, 2013 .— (Университетский учебник. Прикладная математика и информатика) .— Кн. 1 : Численный анализ. - 2013. - 304 с.

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

<http://dm.fizteh.ru/>

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

На лекционных занятиях используются мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций.

В процессе самостоятельной работы обучающихся возможно использование таких программных средств, как Mathcad, MATLAB, Maple и др.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

1. Рекомендуются успешно сдавать контрольные работы, так как это упрощает итоговую аттестацию по предмету.
2. Для подготовки к итоговой аттестации по предмету лучше всего пользоваться материалами лекций.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

по направлению:	Прикладная математика и информатика
профиль подготовки:	Комбинаторика и цифровая экономика центр дополнительного, дополнительного профессионального и онлайн-образования "Пуск" кафедра дискретной математики
курс:	<u>2</u>
квалификация:	магистр
Семестр, формы промежуточной аттестации: 3 (осенний) - Экзамен	
Разработчик:	А.В. Гасников, д-р физ.-мат. наук, доцент, профессор

1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	УК-1.2 Осуществляет поиск вариантов решения поставленной проблемной ситуации на основе доступных источников информации
	УК-1.1 Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними
	УК-1.3 Разрабатывает стратегию достижения поставленной цели как последовательность шагов, предвидя результат каждого из них и оценивая их влияние на внешнее окружение планируемой деятельности и на взаимоотношения участников этой деятельности
УК-4 Способен применять современные коммуникативные технологии, в том числе на иностранном(ых) языке(ах), для академического и профессионального взаимодействия	УК-4.1 Способен вести обмен деловой информацией в устной и письменной формах на государственном языке Российской Федерации и не менее чем на одном иностранном языке
	УК-4.3 Способен представлять результаты академической и профессиональной деятельности на различных научных мероприятиях, включая международные
	УК-4.4 Способен использовать современные средства информационно-коммуникационных технологий для академического и профессионального взаимодействия
ОПК-2 Способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач	ОПК-2.1 Имеет представление о современном состоянии математических исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности

2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Численные методы выпуклой оптимизации» обучающийся должен:

знать:

- математические методы для разработки, анализа и численной реализации моделей компьютерных и информационных процессов для решаемых научных проблем и задач;
- фундаментальные основы вычислительной математики и вычислительных алгоритмов; современные подходы и важнейшие методы компьютерного моделирования;
- основные понятия и методы условной минимизации функций многих переменных; определения и понятия линейной и нелинейной оптимизационной задачи; определения и понятия задачи выпуклой оптимизации;
- основные понятия и методы линейного программирования; определения и понятия квадратичного программирования; определения и понятия задачи выпуклого программирования.

уметь:

- применять базовые знания в области математического моделирования для решения задач научно-исследовательской и профессиональной деятельности (ПК-1);
- разрабатывать и применять численные методы для решения задач научно-исследовательской и профессиональной деятельности (ПК-3);
- применять базовые знания по теории и методам решения экстремальных задач с ограничениями в своей профессиональной области;
- применять современные ИТ и электронные библиотеки для решения оптимизационных задач, возникающих при механических и экономических процессах;
- применять численные методы и алгоритмы для поиска решения оптимизационных задач;
- применять базовые знания по теории и методам решения задач линейного программирования;
- применять алгоритмы и методы решения задач выпуклого и квадратичного программирования.

владеть:

- математическими методами для решения задач моделирования компьютерных и информационных процессов;
- методами алгоритмического моделирования объектов исследования вычислительной математики; вычислительной математики и параллельных вычислений;
- аппаратом конечномерного математического анализа, линейной алгебры и многомерной геометрии; пакетами прикладных программ для решения линейных и нелинейных оптимизационных задач; методами и алгоритмами поиска решения оптимизационных задач, возникающих при моделировании физико-математических и экономических процессов;
- пакетами прикладных программ для решения задач линейного программирования; библиотеками программ для решения задач квадратичного программирования; алгоритмами и методами сведения решения задачи выпуклого программирования к решению последовательности задач линейного или квадратичного программирования.

3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

1. Основная теорема теории линейного программирования.
2. Двойственные задачи линейного программирования. Экономическая интерпретация двойственных переменных.
3. Теоремы двойственности в линейном программировании.
4. Прямой и двойственный симплекс-методы.
5. Транспортные задачи. Метод потенциалов.
6. Теория игр. Матричные игры.
7. Задача квадратичного программирования. Метод сопряженных направлений.
8. Необходимые условия экстремума и двойственная задача в квадратичном программировании.
9. Алгоритм решения задачи квадратичного программирования.
10. Прямая и двойственные задачи выпуклого программирования.
11. Седловая точка функции Лагранжа. Теорема Куна-Таккера.
12. Геометрическая интерпретация прямой и двойственной задачи.
13. Метод отсечений и метод возможных направлений.
14. Методы штрафных функций.
15. Модифицированные функции Лагранжа, их свойства.
16. Метода множителей Лагранжа.

4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

1. Общая схема метода, скорости сходимости, способы сравнения методов.
2. Градиентный спуск и его свойства, поиск шага, факторы влияющие на сходимость, скорость сходимости.
3. Ускоренные методы, быстрый градиентный метод, метод сопряжённых градиентов.
4. Метод Ньютона и квазиньютоновские методы.
5. Сравнение и анализ сходимости
6. Подходы к решению негладких задач выпуклой оптимизации.
7. Субградиентный метод, сглаживание
8. Задачи оптимизации на простых множествах.
9. Метод проекции градиента и метод условного градиента.
10. Задача линейного программирования и её свойства, примеры приложений и методы решения.
11. Барьерный метод, свойства сходимости, зависимость от параметров.
12. Метод штрафных функций и метод модифицированной функции Лагранжа.
13. Парадокс Браесса. Равновесие Нэша-Вардропа.
14. Модель Бэкмана. Задача оптимизации.

15. Метод Франк-Вульфа для поиска равновесия. Физическая интерпретация метода.
16. Транспортное моделирование. Модель Стабильной динамики.
17. Равновесие в модели, отличия от модели Бэкмана.
18. Задача оптимизации: переход к двойственной, восстановление решения прямой задачи. Применение субградиентного метода.

Примеры билетов:

Билет 1:

1. Равновесие в модели, отличия от модели Бэкмана.
2. Общая схема метода, скорости сходимости, способы сравнения методов.

Билет 2:

1. Барьерный метод, свойства сходимости, зависимость от параметров.
2. Градиентный спуск и его свойства.

Критерии оценивания

- оценка «отлично (10)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений
- оценка «отлично (9)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений
- оценка «отлично (8)» выставляется студенту, показавшему всесторонние систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, и правильное обоснование принятых решений
- оценка «хорошо (7)» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (6)» выставляется студенту, если он знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (5)» выставляется студенту, если он знает материал, и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «удовлетворительно (4)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;
- оценка «удовлетворительно (3)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет фрагментарно основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;
- оценка «неудовлетворительно (2)» выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач
- оценка «неудовлетворительно (1)» выставляется студенту, который не знает формулировок основных понятий дисциплины

5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Во время проведения экзамена обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины.